

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

29 серпня 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Рівняння математичної фізики

рівень вищої освіти _____ перший (бакалаврський) рівень _____

галузь знань 11– Математика та статистика _____

спеціальність 113 – Прикладна математика _____

освітня програма «Прикладна математика» _____

спеціалізація _____

вид дисципліни _____ обов'язкова _____

факультет _____ математики і інформатики _____

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

“27” серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Фастовська Тамара Борисівна, канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент закладу вищої освіти кафедри фундаментальної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
Протокол від “26” серпня 2024 року № 1

В. о. завідувача кафедри фундаментальної математики



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом
освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

Гарант освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

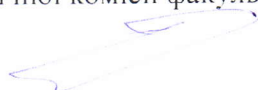


Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією
факультету математики і інформатики

Протокол від “27” серпня 2024 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Рівняння математичної фізики» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр** спеціальності **113 – Прикладна математика**

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета курсу полягає у навчанні майбутніх спеціалістів основам теорії рівнянь математичної фізики та її застосуванням.

1.2. Завдання курсу полягає у навчанні студентів досліджувати існування та єдність розв'язків задач математичної фізики та знаходити розв'язки модельних задач еліптичного, параболічного та гіперболічного типів.

1.2.1. Формування наступних інтегральної та загальних компетентностей

ІК01. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

1.2.2. Формування наступних фахових компетентностей

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проєктування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК09. Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв'язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих програмних засобів.

ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

ФК17. Здатність розуміти математичні доведення, запропонувати оригінальні доведення, встановлювати їх правильність і отримувати висновки.

ФК18. Здатність оцінити рівень математичного обґрунтування методів, які застосовуються для розв'язання конкретних прикладних задач.

1.3. Кількість кредитів – **8**

1.4. Загальна кількість годин – **240**

| | | |
|---|-------------------------------------|--|
| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни | | |
| Обов'язкова | | |
| Денна форма навчання | Заочна (дистанційна) форма навчання | |
| Рік підготовки | | |
| 4-й | | |
| Семестр | | |
| 7-й | 8-й | |
| Лекції | | |
| 32 год. | 32 год. | |
| Практичні, семінарські заняття | | |

| | | |
|-------------------------------------|----------------|--|
| 32 год. | 32 год. | |
| Лабораторні заняття | | |
| | | |
| Самостійна робота | | |
| 56 год. | 56 год. | |
| У тому числі індивідуальні завдання | | |
| 4 год. | 4 год. | |

1.6. Заплановані результати навчання:

Знати:

- основні типи лінійних рівнянь математичної фізики;
- методи теоретичного вивчення проблеми існування розв'язків еліптичних, параболічних та гіперболічних рівнянь.

Уміти:

- використовувати сучасні методи вивчення проблеми існування розв'язків рівнянь з частинними похідними для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально-економічних та інших процесів і явищ;
- знаходити точні розв'язки модельних задач еліптичного, параболічного та гіперболічного типів.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні досягти таких програмних результатів навчання:

РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

РН06. Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності, а також якісних властивостей їх розв'язків.

РН21. Демонструвати розуміння загальних принципів побудови математичних теорій, основних понять логіки, уміти формулювати та доводити математичні твердження.

РН22. Уміти отримувати змістовні висновки, наводити та аналізувати приклади і контрприкладів, перевіряти і обґрунтовувати правильність застосованих міркувань і отриманих розв'язків.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Загальна теорія рівнянь з частинними похідними. Теорія гармонічних функцій. Метод функції Гріна для еліптичних задач.

Тема 1. Класифікація лінійних рівнянь другого порядку з частинними похідними. Постановки основних крайових задач для оператора Лапласа. Поняття класичного розв'язку.

Тема 2. Формули Гріна для оператора Лапласа. Гармонічні функції. Теореми про середнє. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Наслідки принципу максимуму для гармонічних функцій.

Тема 3. Функція Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа. Означення, фізичний зміст, властивості. Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших тривимірних областей.

Тема 4. Застосування методу конформних відображень для побудови функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших двовимірних областей

Розділ 2. Крайова задача рівняння Пуассона в кулі та крузі. Метод Фур'є для рівняння Пуассона в крузі. Метод потенціалів.

Тема 1. Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа в кулі. Класичне розв'язання задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі.

Тема 2. Метод розподілу змінних для рівняння Пуассона в крузі.

Тема 3. Об'ємний потенціал і його властивості. Потенціал простого шару і його основні властивості. Потенціал подвійного шару і його основні властивості. Теорема про граничні значення потенціалів подвійного і простого шарів. Зведення граничних задач Діріхле і Неймана для оператора Лапласа до граничних інтегральних рівнянь.

Розділ 3. Спеціальні функції.

Тема 1. Циліндричні функції. Рекурентні формули. Норми функцій Бесселя. Поліноми Лежандра. Властивості поліномів Лежандра. Рекурентні формули. Рівняння Лежандра. Приєднані функції Лежандра. Властивості приєднаних функцій Лежандра. Означення сферичної функції. Приклади.

Розділ 3. Теорія параболічних рівнянь

Тема 1. Класичні розв'язки рівняння теплопровідності. Принцип максимуму. Його наслідки. Рівняння теплопровідності на всій вісі. Теорема єдиності класичного розв'язку. Однорідне та неоднорідне рівняння теплопровідності на всій вісі. Формули Пуассона.

Тема 2. Рівняння теплопровідності на півосі.

Тема 3. Рівняння теплопровідності в обмеженій області. Метод Фур'є. Метод Фур'є для задачі охолодження круглого циліндра.

Розділ 4. Теорія гіперболічних рівнянь.

Тема 1. Хвильове рівняння на всій вісі. Формула Даламбера, Пуассона, Кірхгофа. Теорема існування та єдиності класичних розв'язків. Хвильова інтерпретація розв'язків.


Тема 2. Хвильове рівняння на півосі.

Тема 3. Хвильове рівняння в обмеженій області. Метод Фур'є.

Тема 4. Поширення хвиль у просторі. Метод Фур'є для рівняння коливань круглої мембрани.

3. Структура навчальної дисципліни

| Назви розділів і тем | Кількість годин | |
|----------------------|-----------------|--------------|
| | денна форма | заочна форма |
| | | |

| | усього | у тому числі | | | | | ус бо го | у тому числі | | | | |
|--|--------|--------------|----|------|------|-------|----------------|--------------|--------|----------|----------|-------|
| | | л | п | лаб. | інд. | с. р. | | л | п | ла б. | ін д. | с. р. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 0 | 1 1 | 1 2 | 13 |
| Розділ 1. Загальна теорія рівнянь з частинними похідними. Теорія гармонічних функцій. Метод функції Гріна для еліптичних задач. | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Класифікація лінійних рівнянь другого порядку з частинними похідними. Постановки основних крайових задач для оператора Лапласа. Поняття класичного розв'язку. | 8 | 2 | 2 | | | 4 | | | | | | |
| Тема 2. Формули Гріна для оператора Лапласа. Гармонічні функції. Теореми про середнє. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Наслідки принципу максимуму для гармонічних функцій. | 14 | 4 | 4 | | | 6 | | | | | | |
| Тема 3. Функція Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа. Означення, фізичний зміст, властивості. Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших тривимірних областей. | 14 | 4 | 4 | | | 6 | | | | | | |
| Тема 4. Застосування методу конформних відображень для побудови функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших двовимірних областей  | 12 | 2 | 2 | | | 8 | | | | | | |
| Усього за розділом 1 | 48 | 12 | 12 | | | 24 | | | | | | |
| Розділ 2. Крайова задача рівняння Пуассона в кулі та крузі. Метод Фур'є для рівняння Пуассона в крузі. Метод потенціалів. | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа в кулі. Класичне розв'язання задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі. | 16 | 4 | 4 | | | 8 | | | | | | |
| Тема 2. Метод Фур'є для рівняння Пуассона в крузі. | 16 | 4 | 4 | | | 8 | | | | | | |
| Тема 3. Об'ємний потенціал і його властивості. Потенціал простого шару і його основні властивості. Потенціал подвійного шару і його основні | 20 | 6 | 6 | | | 8 | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|------------|-----------|-----------|--|--|-----------|--|--|--|--|--|--|--|
| властивості. Теорема про граничні значення потенціалів подвійного і простого шарів. Зведення граничних задач Діріхле і Неймана для оператора Лапласа до граничних інтегральних рівнянь. | | | | | | | | | | | | | |
| Усього за розділом 2 | 52 | 14 | 14 | | | 24 | | | | | | | |
| Розділ 3. Спеціальні функції. | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Циліндричні функції. Рекурентні формули. Норми функцій Бесселя. Поліноми Лежандра. Властивості поліномів Лежандра. Рекурентні формули. Рівняння Лежандра. Приєднані функції Лежандра. Властивості приєднаних функцій Лежандра. Означення сферичної функції. Приклади. | 18 | 6 | 6 | | | 6 | | | | | | | |
| Усього за розділом 3 | 20 | 6 | 6 | | | 8 | | | | | | | |
| Усього за 7 семестр | 120 | 32 | 32 | | | 56 | | | | | | | |
| Розділ 4. Теорія параболічних рівнянь. | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Класичні розв'язки рівняння теплопровідності. Принцип максимуму. Його наслідки. Рівняння теплопровідності на всій вісі. Теорема єдиності класичного розв'язку. Однорідне та неоднорідне рівняння теплопровідності на всій вісі. Формули Пуассона. | 16 | 4 | 4 | | | 8 | | | | | | | |
| Тема 2. Рівняння теплопровідності на півосі. | 16 | 4 | 4 | | | 8 | | | | | | | |
| Тема 3. Рівняння теплопровідності в обмеженій області. Метод Фур'є. | 20 | 6 | 6 | | | 8 | | | | | | | |
| Усього за розділом 4 | 52 | 14 | 14 | | | 24 | | | | | | | |
| Розділ 5. Теорія гіперболічних рівнянь. | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Хвильове рівняння на всій вісі. Формула Даламбера, Пуассона, Кірхгофа. Теорема існування та єдиності класичних розв'язків. Хвильова інтерпретація розв'язків. | 20 | 6 | 6 | | | 8 | | | | | | | |
| Тема 2. Хвильове рівняння на півосі. | 16 | 4 | 4 | | | 8 | | | | | | | |
| Тема 3. Хвильове рівняння в обмеженій області. Метод Фур'є. | 16 | 4 | 4 | | | 8 | | | | | | | |
| Тема 4. Поширення хвиль у просторі. Метод Фур'є для | 16 | 4 | 4 | | | 8 | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|------------|-----------|-----------|--|--|------------|--|--|--|--|--|
| рівняння коливань круглої мембрани. | | | | | | | | | | | |
| Усього за розділом 4 | 68 | 18 | 18 | | | 32 | | | | | |
| Усього за 2 семестр | 120 | 32 | 32 | | | 56 | | | | | |
| Усього годин | 240 | 64 | 64 | | | 112 | | | | | |

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|---------------------|---|-----------------|
| 1 | Зведення лінійних рівнянь другого порядку до канонічного виду. | 2 |
| 2 | Побудова функції Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа методом симетричного відображення. | 8 |
| 3 | Побудова функції Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа методом конформного відображення. | 6 |
| 4 | Метод Фур'є для еліптичних рівнянь. Випадок елементарних власних функцій. | 4 |
| 5 | Розв'язання еліптичних рівнянь методом потенціалів. | 4 |
| 6 | Спеціальні функції. | 6 |
| 7 | Контрольна робота. | 2 |
| Усього за 7 семестр | | 32 |
| 1 | Задача Коші для рівняння теплопровідності. | 4 |
| 2 | Рівняння теплопровідності на півосі. | 4 |
| 3 | Рівняння теплопровідності на відрізку. Метод Фур'є. | 6 |
| 4 | Задача Коші для хвильового рівняння. | 6 |
| 5 | Хвильове рівняння на півосі. | 4 |
| 6 | Хвильове рівняння на відрізку. Метод Фур'є. | 4 |
| 7 | Задача коливань круглої мембрани. Метод Фур'є із застосуванням циліндричних функцій. | 2 |
| 8 | Контрольна робота. | 2 |
| Усього за 8 семестр | | 32 |
| Разом | | 64 |

5. Завдання для самостійної роботи

| № з/п | Види, зміст самостійної роботи | Кількість годин |
|---|--|-----------------|
| Опрацювання додаткового матеріалу за відповідними темами: | | |
| 1 | Класифікація лінійних рівнянь другого порядку з частинними похідними. Постановки основних крайових задач для оператора Лапласа. Поняття класичного розв'язку. | 4 |
| 2 | Формули Гріна для оператора Лапласа. Гармонічні функції. Теореми про середнє. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Наслідки принципу максимуму для гармонічних функцій. | 6 |
| 3 | Функція Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа. Означення, фізичний зміст, властивості. Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших тривимірних областей. | 6 |

| | | |
|---------------------|---|------------|
| 4 | Застосування методу конформних відображень для побудови функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших двовимірних областей. | 8 |
| 5 | Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа в кулі. Класичне розв'язання задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі. | 8 |
| 6 | Метод Фур'є для рівняння Пуассона в крузі. | 8 |
| 7 | Об'ємний потенціал і його властивості. Потенціал простого шару і його основні властивості. Потенціал подвійного шару і його основні властивості. Теорема про граничні значення потенціалів подвійного і простого шарів. Зведення граничних задач Діріхле і Неймана для оператора Лапласа до граничних інтегральних рівнянь. | 8 |
| 8 | Циліндричні функції. Рекурентні формули. Норми функцій Бесселя. Поліноми Лежандра. Властивості поліномів Лежандра. Рекурентні формули. Рівняння Лежандра. Приєднані функції Лежандра. Властивості приєднаних функцій Лежандра. Означення сферичної функції. Приклади. | 4 |
| 9 | Виконання розрахунково-графічної роботи | 4 |
| Усього за 7 семестр | | 56 |
| 1 | Класичні розв'язки рівняння теплопровідності. Принцип максимуму. Його наслідки. Рівняння теплопровідності на всій вісі. Теорема єдиності класичного розв'язку. Однорідне та неоднорідне рівняння теплопровідності на всій вісі. Формули Пуассона. | 8 |
| 2 | Рівняння теплопровідності на півосі. | 8 |
| 3 | Рівняння теплопровідності в обмеженій області. Метод Фур'є. | 8 |
| 4 | Хвильове рівняння на всій вісі. Формула Даламбера. Теорема існування та єдиності класичних розв'язків. Хвильова інтерпретація розв'язків. | 8 |
| 5 | Хвильове рівняння на напіввісі. | 8 |
| 6 | Хвильове рівняння в обмеженій області. Метод розподілу змінних. Метод розподілу змінних для рівняння коливаний круглої мембрани. | 8 |
| 7 | Виконання розрахунково-графічної роботи | 4 |
| 8 | Підготовка до іспиту | 4 |
| Усього за 8 семестр | | 56 |
| Разом | | 112 |

6. Індивідуальні завдання

У 7 семестрі завдання включає задачі за темами: приведення диференціальних рівнянь з частинними похідними до канонічного виду, розв'язання еліптичних рівнянь методом функції Гріна на площині та в просторі, розв'язання рівняння Лапласа та Пуассона в кругових областях методом Фур'є.

У 8 семестрі завдання включає задачі за темами: метод потенціалів, еліптичні рівняння в циліндричних та сферичних областях, задача Коші для рівняння теплопровідності та хвильового рівняння, метод Фур'є на відрізку для початково-крайових задач.

7. Методи навчання

Використовуються пояснювально-ілюстративний (лекції і практичні заняття), репродуктивний (виконання домашніх завдань) і частково-пошуковий (контрольні роботи, індивідуальне завдання) методи.

8. Методи контролю

- контрольна робота (2); розрахунково-графічна робота (2)
- залік (7-й семестр); екзамен (8-й семестр)

9. Схема нарахування балів

7-й семестр

| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання | | | | | | | | | | | Залік | Сума |
|--|----|----|----|----------|----|----|----------|--------------------|------------------------------|--------|-------|------|
| Розділ 1 | | | | Розділ 2 | | | Розділ 3 | Контроль на роботу | Розрахунково-графічна робота | Усього | | |
| T1 | T2 | T3 | T4 | T1 | T2 | T3 | T1 | 20 | 20 | 60 | 40 | 100 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | | | | | |

8-й семестр

| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання | | | | | | | | | | | Екзамен | Сума |
|--|----|----|----|----------|----|----|----|-------------------|------------------------------|--------|---------|------|
| Розділ 4 | | | | Розділ 5 | | | | Контрольна робота | Розрахунково-графічна робота | Усього | | |
| T1 | T2 | T3 | T4 | T1 | T2 | T3 | T4 | 20 | 20 | 60 | 40 | 100 |
| 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | | | | | |

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань. За активність під час занять можуть нараховуватись бонусні бали.

Контрольні роботи.

- 7 семестр: контрольна робота складається з 2 задач за темами: розв'язання рівняння Лапласа та Пуассона в кругових областях методом Фур'є.
- 8 семестр: контрольна робота складається з 3 задач за темами: розв'язання початково-крайових задач на відрізьку методом Фур'є для параболічних рівнянь та гіперболічних рівнянь, задача Коші для хвильового рівняння.

За *контрольні роботи* бали нараховуються таким чином: максимальний бал у разі правильної обґрунтованої відповіді; за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків; за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід розв'язання в цілому правильний; у разі частково правильних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді виставляється до 30 відсотків від максимальної кількості балів; відповідь не відповідає жодному з критеріїв, які сформульовані вище, – виставляється 0 балів.

Розрахунково-графічні роботи.

- 7 семестр: розрахунково-графічна робота складається з 5 задач за темами: приведення диференціальних рівнянь з частинними похідними до канонічного виду, розв'язання еліптичних рівнянь методом функції Гріна на площині та в просторі, розв'язання рівняння Лапласа та Пуассона в кругових областях методом Фур'є
- 8 семестр: розрахунково-графічна робота складається з 5 задач за темами: метод потенціалів, еліптичні рівняння в циліндричних та сферичних областях, задача Коші для рівняння теплопровідності та хвильового рівняння, метод Фур'є на відрізку для початково-крайових задач.

Розрахунково-графічні роботи оцінюються за тими ж принципами, що контрольні роботи.

Залікова робота (7 семестр). Завдання складається з 3 задач за темами: приведення диференціальних рівнянь з частинними похідними до канонічного виду, розв'язання еліптичних рівнянь методом функції Гріна на площині та в просторі.

Екзаменаційний білет (8 семестр) складається з двох теоретичних питань. Максимальну кількість балів за теоретичні питання можна отримати, якщо сформулювати та довести відповідні твердження, навести необхідні приклади.

Критерії оцінювання екзаменаційної і залікової робіт:

- Якщо студент правильно описав ідею доведення, але не зміг до кінця привести відповідні викладки, то оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків.
- У випадку, коли студент зробив помилки при формулюванні тверджень або не зміг пояснити ідею доведення чи навести приклади, оцінка зменшується від 40 до 100 відсотків.

Шкала оцінювання

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка | |
|--|---------------|--------------|
| | 7 семестр | 8 семестр |
| 90 – 100 | зараховано | відмінно |
| 70-89 | | добре |
| 50-69 | | задовільно |
| 1-49 | не зараховано | незадовільно |

10. Рекомендована література

Основна література

1. Бобик О.І. Рівняння математичної фізики (Класифікація, основні крайові задачі, теорема Ковалевської і характеристики): Текст лекцій. — Львів: ЛДУ, 1990.
2. Бобик О.І. Рівняння математичної фізики (Гармонічні функції, коректність граничних задач для рівняння Лапласа і Пуассона, функція точкового джерела): Текст лекцій. — Львів: ЛДУ, 1990.
3. Бобик О.І., Практикум з рівнянь математичної фізики. Ч.1, Ч.2. — Львів, 1996.

Допоміжна література

1. Бугрій О.М. Рівняння математичної фізики: методичні вказівки. — Львів: вид. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006.
2. Бокало М.М. Рівняння математичної фізики (Класифікація рівнянь з частинними похідними. Постановки крайових задач. Задача Коші. Текст лекцій. — Львів: ЛДУ, 1994.
3. Іванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних: текст лекцій. — Львів: Тріада плюс, 2004.
4. Івасишен С.Д., Лавренчук В.П., Івасюк Г.П., Рева Н.В. Основи класичної теорії рівнянь математичної фізики. — Чернівці: Вид. дім “Родовід”, 2015.
5. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. — К.: Либідь. — 2001.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Differential_equation#Partial_differential_equations
 MathOverflow: <http://mathoverflow.net/questions/tagged/differential-equations>